

22. Hausaufgabenblatt

Aufgabe 1

Bestimme den größten gemeinsamen Teiler der beiden Polynome

$$p(x) = x^3 + 4x^2 + 3x + 12 \text{ und } q(x) = x^2 + 3x - 4.$$

Größter Gemeinsamer Teiler bedeutet hier:

Ein Polynom g mit möglichst großem Grad, sodass

$$p(x) = p'(x) \cdot g(x) \text{ und } q(x) = q'(x) \cdot g(x) \text{ für zwei kleinere Polynome } p' \text{ und } q' \text{ gilt.}$$

(Dieses Polynom ist abgesehen von einem konstanten Faktor eindeutig. Also wenn $x - 5$ eine richtige Antwort wäre, dann wäre auch $2x - 10 = 2 \cdot (x - 5)$ eine richtige Antwort.)

Aufgabe 2

Wir haben ein beliebiges Dreieck mit den Seitenlängen A, B und C gegeben. An die drei Seiten legen wir Quadrate mit den entsprechenden Seitenlängen an. Die Eckpunkte dieser Quadrate verbinden wir dann wieder, wie auf der Zeichnung zu sehen ist, und erhalten drei neue Seiten mit den Längen X, Y und Z .

(a) Zeige: Jedes grüne Dreieck hat den selben Flächeninhalt, wie das rote Dreieck

(b) Zeige: $X^2 + Y^2 + Z^2 = 3 \cdot (A^2 + B^2 + C^2)$

zum Beispiel unter mehrfacher Anwendung des Cosinussatzes

